

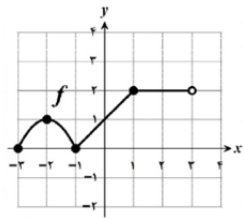
۱

گزینه درست: ۰

سوال ۱

درست

۲



گزینه درست: ۲

سوال ۲

$$R_g = [1, 7] \quad D_g = [-6, 6]$$

۳

گزینه درست: ۳

سوال ۳

$$\& a-b=-2 \\\end{align} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a=\frac{5}{3} \\ b=\frac{11}{3} \end{array} \right. \end{align} \rightarrow$$

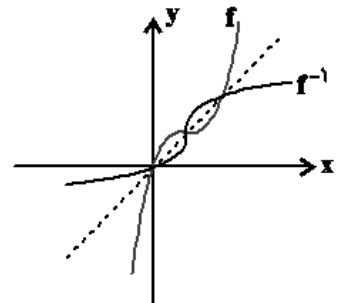
۴

گزینه درست: null

سوال ۴

$$f(x) = 3x - 3x^2 + x^3 = (x-1)^3 + 1$$

مطابق شکل نمودار تابع f و وارون آن در سه نقطه متقاطع هستند.

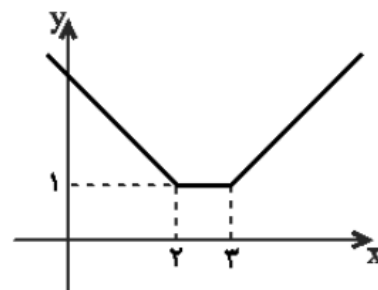


۵

گزینه درست: null

سوال ۵

نمودار تابع $f(x) = |x - 2| + |x - 3|$ به صورت زیر است.



ملاحظه می‌شود که این تابع به ازای $x > 3$ اکیداً صعودی است که در این صورت عبارت‌های داخل هر دو قدر مطلق مثبت هستند. بنابراین:

$$x > 3 : f(x) = (x - 2) + (x - 3) = 2x - 5$$

حال باید بررسی کنیم معادله $\underbrace{2x^2 - x - 10}_{g(x)} = \underbrace{2x - 5}_{f(x)}$ چند جواب در $x > 3$ دارد.

$$\Rightarrow 2x^2 - 3x - 5 = (2x - 5)(x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 < 3 \\ x = \frac{5}{2} < 3 \end{cases}$$

پس دو نمودار نقطه مشترکی ندارد.

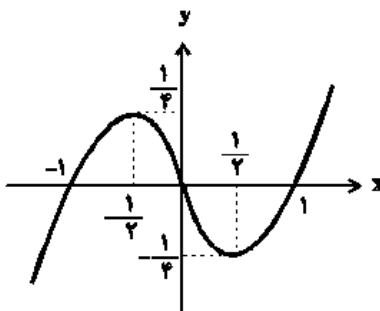
۶

گزینه درست: null

سوال ۶

ابتدا نمودار تابع $f(x) = x|x| - x$ را رسم می‌کنیم.

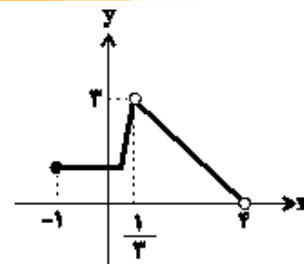
$$f(x) = x|x| - x = \begin{cases} x^2 - x; x > 0 \\ -x - x^2; x \leq 0 \end{cases}$$



ملاحظه می‌کنید که بازه $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ بزرگترین بازه‌ای است که تابع f بر روی آن اکیداً نزولی است، پس بیشترین مقدار $f(a) - f(b)$ برابر است با:

$$f(-\frac{1}{2}) - f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{4} - (-\frac{1}{4}) = \frac{1}{2}$$

۷



گزینه درست: null

سوال ۷

دامنه تابع f برابر است با: $D_f = [-1, 4] - \left\{\frac{1}{3}\right\}$
حال برای دامنه تابع g داریم:

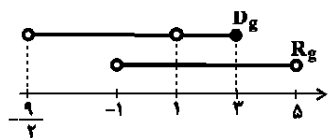
$$D_g : \begin{cases} -1 \leq 1 - \frac{2}{3}x < 4 \Rightarrow -2 \leq -\frac{2}{3}x < 3 \Rightarrow 3 \geq x > -\frac{9}{2} \\ 1 - \frac{2}{3}x \neq \frac{1}{3} \Rightarrow x \neq 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow D_g = \left(-\frac{9}{2}, 3\right] - \{1\}$$

برای برد f و g نیز داریم:

$$R_f = (0, 3) : 0 < f(x) < 3 \Rightarrow 0 < f\left(1 - \frac{2}{3}x\right) < 3$$

$$\Rightarrow 0 < 2f\left(1 - \frac{2}{3}x\right) < 6 \Rightarrow -1 < g(x) < 5 \Rightarrow R_g = (-1, 5)$$



$$\Rightarrow D_g \cap R_g = (-1, 3] - \{1\}$$

این بازه، شامل اعداد صحیح ۳، ۲، ۰ است.

۸

گزینه درست: null

سوال ۸

گزینه ی «۱»

ابتدا مقسوم علیه را تجزیه می‌کنیم:

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x-1)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} f(1) &= 1 + a + b = 0 \\ f(2) &= 16 + 4a + b = 0 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} a = -5 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow f(x) = x^2 - 5x + 4$$

حال جواب‌های معادله ی $f(x) = 0$ را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 4 = (x-1)(x-2)(x+1)(x+2) = 0$$

کوچکترین جواب معادله -2 است.

۹

گزینه درست: null

سوال ۹

ابتدا دامنه ضابطه‌ها را پیدا می‌کنیم:

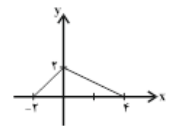
$$\left. \begin{array}{l} \log_{\frac{1}{2}}^{x+1} : x+1 > 0 \Rightarrow x > -1 \\ \log_{\frac{1}{2}}^{2x-3} : 2x-3 > 0 \Rightarrow x > \frac{3}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow x > \frac{3}{2} \quad (1)$$

$$\log_{\frac{1}{2}}^{x+1} < \log_{\frac{1}{2}}^{2x-3} \Rightarrow x+1 > 2x-3 \Rightarrow x < 4 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} x \in \left(\frac{3}{2}, 4 \right)$$

از طرفی تابع با ضابطه $y = \log_{\frac{1}{2}}^x$ اکیداً نزولی است؛ بنابراین داریم:

۱۰

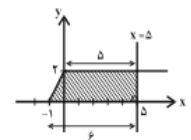


گزینه درست: null

سوال ۱۰

$$f(x - |x|) = \begin{cases} f(0) & ; x \geq 0 \\ f(2x) & ; x < 0 \end{cases} = \begin{cases} 2 & ; x \geq 0 \\ f(2x) & ; x < 0 \end{cases}$$

بنابراین نمودار $f(x - |x|)$ به صورت زیر است:



حال مساحت قسمت هاشورخورده برابر است با:

$$S = \frac{(5+6) \times 2}{2} = 11$$

①

سوال ۱

گزینه درست: ۵

d

②

سوال ۲

گزینه درست: ۵

must be obeyed

③

سوال ۳

گزینه درست: ۵

گزینه «4»

④

سوال ۴

گزینه درست: ۵

گزینه «1»

⑤

سوال ۵

گزینه درست: ۵

were caught

⑥

سوال ۶

گزینه درست: ۵

Billy Graham said “A child who is allowed to be disrespectful to his parents will not have true respect for anyone.”

⑦

سوال ۷

گزینه درست: ۵

Children imagine their parents have everything the world has to offer, and that they are there to serve their wish.

⑧

سوال ۸

گزینه درست: ۵

To be kind to others and to be aware of the stresses of being an adult.

⑨

سوال ۹

گزینه درست: ۵

the love you will give to your parents.

⑩

سوال ۱۰

گزینه درست: ۵

guests